

**Державна служба України з надзвичайних ситуацій
Національний університет цивільного захисту України
Кафедра автоматичних систем безпеки та інформаційних технологій**

ЗАТВЕРДЖУЮ

Начальник кафедри АСБтаІТ

Роман ШЕВЧЕНКО

Навчальна дисципліна

**АВТОМАТИКА РАННЬОГО ВИЯВЛЕННЯ НАДЗВИЧАЙНИХ
СИТУАЦІЙ**

Лекція № 6

**ЧАСТОТНИЙ КРИТЕРІЙ СТІЙКОСТІ МИХАЙЛОВА.
ЧАСТОТНИЙ КРИТЕРІЙ СТІЙКОСТІ ДЛЯ ЗАМКНУТИХ СИСТЕМ
НАЙКВІСТА -МИХАЙЛОВА**

Лекцію розробив:

Доцент кафедри АСБтаІТ



Вячеслав ДУРЕСОВ

ХАРКІВ 2024

Зміст лекції:

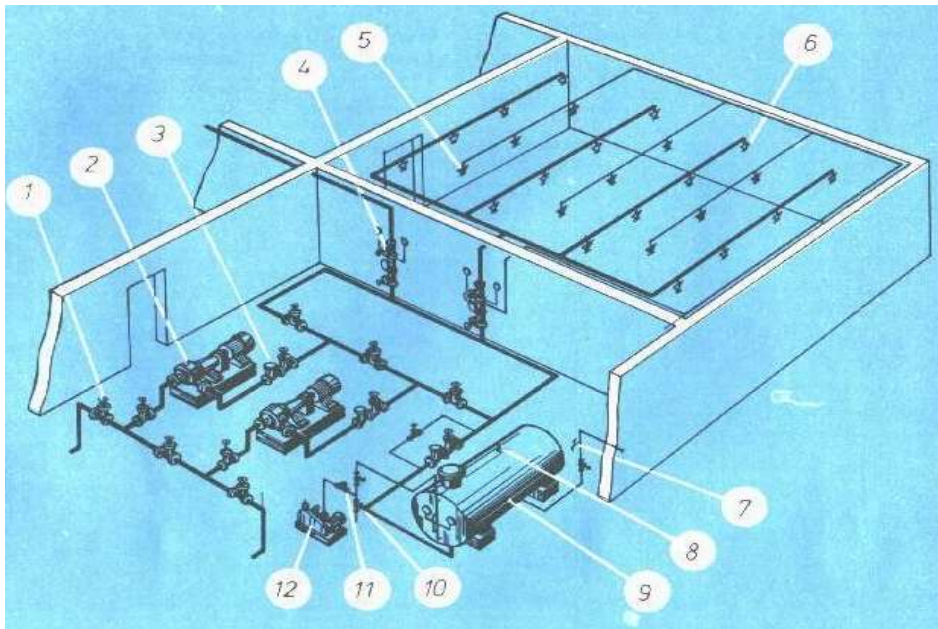
Вступ

- 1 Графоаналітичний критерій стійкості Михайлова.
2. Критерій Найквіста-Михайлова:
3. Висновки, урахування впливу воєнного стану.

Застосування методів аналізу стійкості автоматичних систем для дослідження режимів роботи зразків військового озброєння.

Вступ

В попередній лекції, на прикладі АУВПП, було показане математичне вираження стійкої роботи складових елементів та пристроїв. Сьогодні розглянемо, як математично оцінити стійкість сумісної роботи АУВПП за критерієм Михайлова.



1 Графоаналітичний критерій стійкості Михайлова (1938)

Алгебраїчним критерієм Гурвиця важко користатися при дослідженні стійкості систем, порядок яких вище четвертого. Для дослідження таких систем більш зручний критерій Михайлова.

Розглянемо характеристичний поліном АС загального виду:

$$L(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n.$$

Замінімо параметр p на $j\omega$, де $\omega \in [0, +\infty)$ - дійсна перемінна. У результаті такої підстановки одержимо комплексне число $L(j\omega)$. Виявляється, що по виду годографа вектора $\vec{L}(j\omega)$ при зміні ω від 0 до ∞ можна судити про стійкість АС. Часто вектор $\vec{L}(j\omega)$ називають вектором Михайлова.

Нехай: $p_1; p_2; \dots; p_n$ - корені характеристичного полінома $L(p) = 0$.

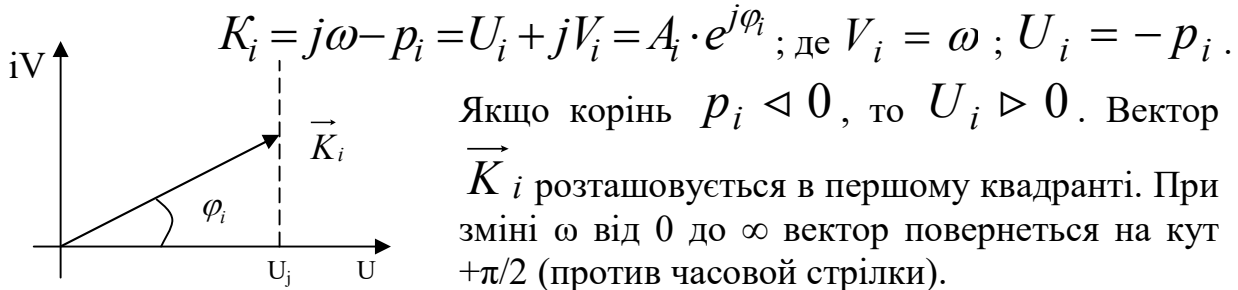
У цьому випадку характеристичний поліном можна розкласти на множники по коренях характеристичного рівняння:

$$L(p) = a_0 \cdot (p - p_1) \cdot (p - p_2) \cdot \dots \cdot (p - p_n) .$$

Замінімо параметр p на $j\omega$, одержимо:

$$L(j\omega) = a_0 \cdot (j\omega - p_1) \cdot (j\omega - p_2) \cdot \dots \cdot (j\omega - p_n) .$$

Кожен множник являє собою комплексне число K_i :



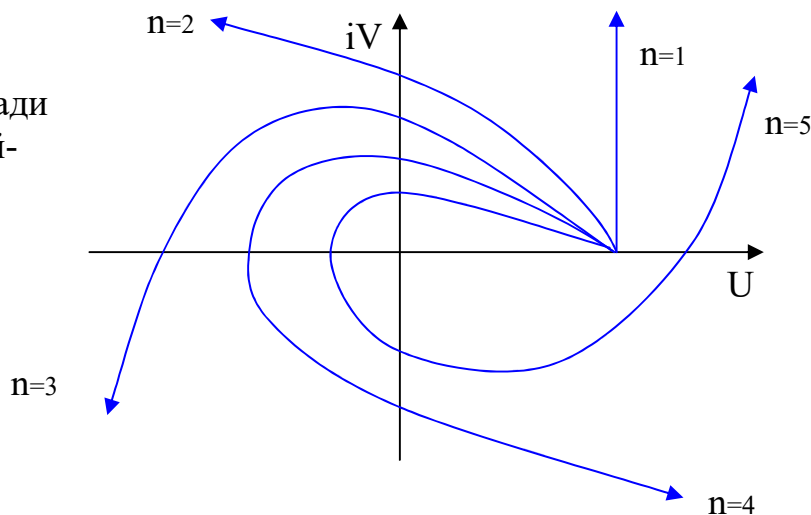
Якщо система стійка, то кожен вектор $\vec{K}_i$ при зміні ω від 0 до ∞ повернеться на кут $+\pi/2$, а оскільки при перемножуванні комплексних чисел їхні аргументи (кути φ_i) складаються:

$$L(j\omega) = a_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot \dots \cdot A_n e^{j(\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \dots + \varphi_n)}$$

то результуючий вектор повернеться на кут $\varphi = \frac{n \cdot \pi}{2}$, де n - порядок системи.

Критерій Михайлова: досліджувана АС буде стійкою, якщо годограф вектора $\vec{L}(j\omega)$ починається на дійсній осі і при зміні ω від 0 до ∞ послідовно перетинає n квадрантів проти часової стрілки. Де n – порядок АС.

Рис.5.1. Приклади годографів стійких систем



Якщо корінь $p_i > 0$, то $U_i < 0$ і вектор $\vec{K}_i$ розташовується в другому квадранті. При зміні ω від 0 до ∞ вектор повернеться на кут $-\pi/2$ (по годинній стрілці). Результуючий вектор Михайлова повернеться на кут:

$$\varphi = (n - r) \cdot \frac{\pi}{2} \triangleleft \frac{n \cdot \pi}{2},$$

де r – кількість позитивних коренів характеристичного рівняння.

Висновок: годограф вектора Михайлова хитливої системи не перетинає послідовно n квадрантів.

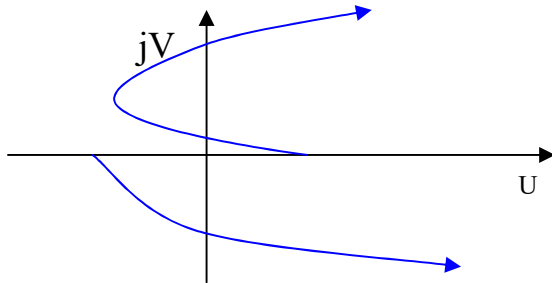
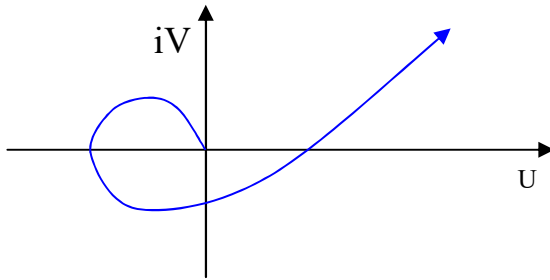


Рис.5.2. Приклади годографів хитливих систем.

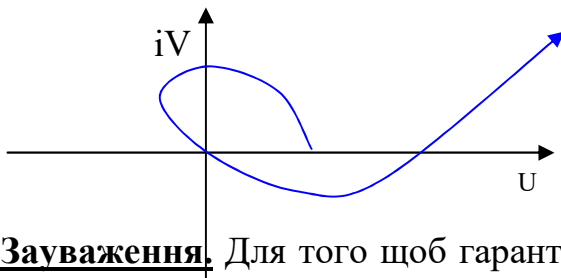
Особливі випадки

1. Годограф вектора Михайлова виходить з початку координат.



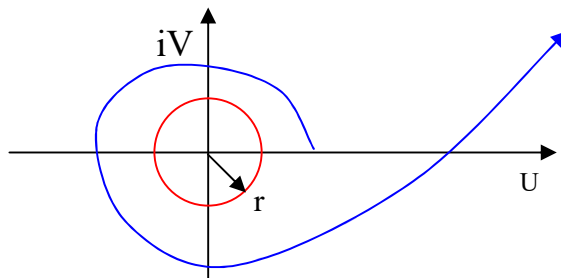
Має місце нульовий корінь $P_i=0$. Система знаходиться на межі **аперіодичної** стійкості.

2. Годограф вектора Михайлова проходить через початок координат.



Має місце чисте мнимий корінь. Система знаходиться на границі **коливальної** стійкості.

Зауваження. Для того щоб гарантувати усталену роботу системи задають окружність радіусом r , що годограф вектора Михайлова не повинний перетинати.



Приклад Використовуючи критерій Михайлова, дослідити стійкість АС з передатною функцією: $W(p) = \frac{50}{6p^3 + p^2 + 24p + 1}$.

Рішення. Система третього порядку стійка, якщо годограф вектора Михайлова починається на позитивній дійсній осі і послідовно перетинає три квадранти.

Характеристичне рівняння АС: $6p^3 + p^2 + 24p + 1 = 0$.

Вектор Михайлова: $L(i\omega) = -6i\omega^3 - \omega^2 + 24i\omega + 1$.

$$U(\omega) = -\omega^2 + 1, \quad V(\omega) = -6\omega^3 + 24\omega.$$

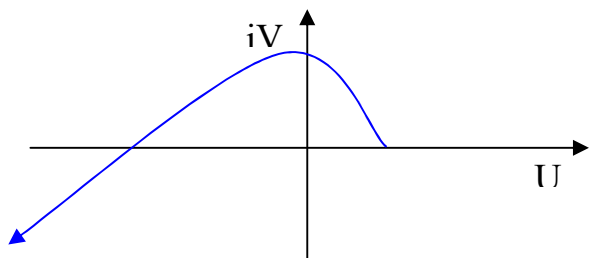
Годограф вектора можна побудувати по точках, змінюючи ω від 0 до ∞ . А можна і по точках перетинання годографа з вісями.

Визначимо крапки перетинання годографа з вісями:

$$V(\omega) = 0, \quad -6\omega^3 + 24\omega = 0, \quad \omega_1 = 0; \quad \omega_2 = 2.$$

$$U(\omega) = 0, \quad -\omega^2 + 1 = 0, \quad \omega_3 = 1$$

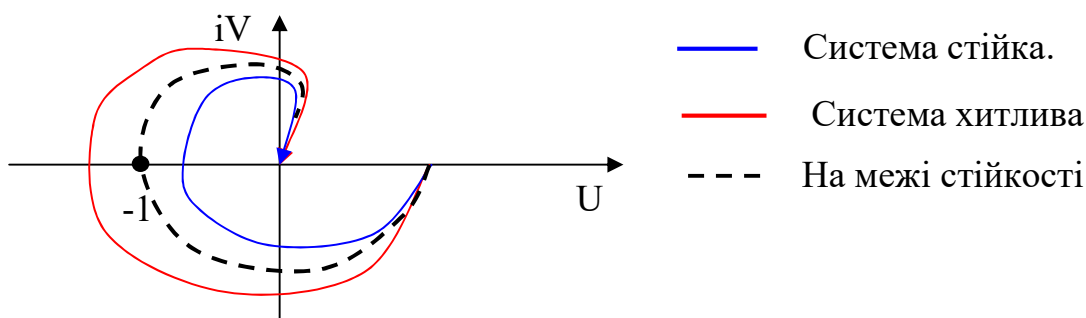
ω	0	1	2
U	1	0	-3
V	0	18	0



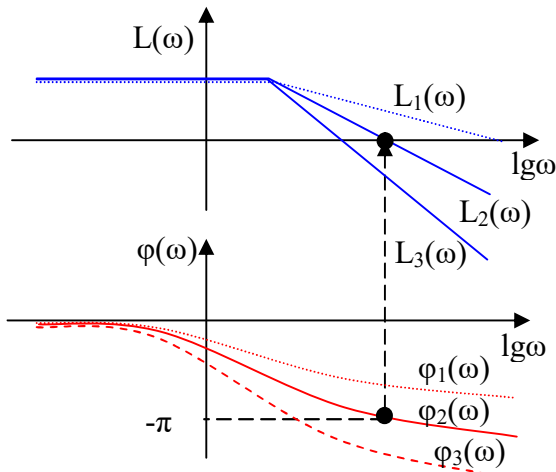
Крива Михайлова починається на позитивній дійсній вісі та послідовно перетинає 3 квадранти, Значить АС стійка.

2. Критерій Найквіста-Михайлова:

Замкнута АС стійка, якщо АФЧХ відповідної розімкнутої системи не охоплює крапку з координатами $(-1; i0)$.



Дуже зручно в критерії Найквіста-Михайлова використовувати логарифмічні частотні характеристики розімкнутої системи.



При $\varphi(\omega) = -\pi$ (розглядаємо відносно φ_2) :

$L(\omega) > 0$ – система хитлива – $L_1(\omega)$.

$L(\omega) = 0$ – система на межі стійкості – $L_2(\omega)$.

$L(\omega) < 0$ – система стійка – $L_3(\omega)$.

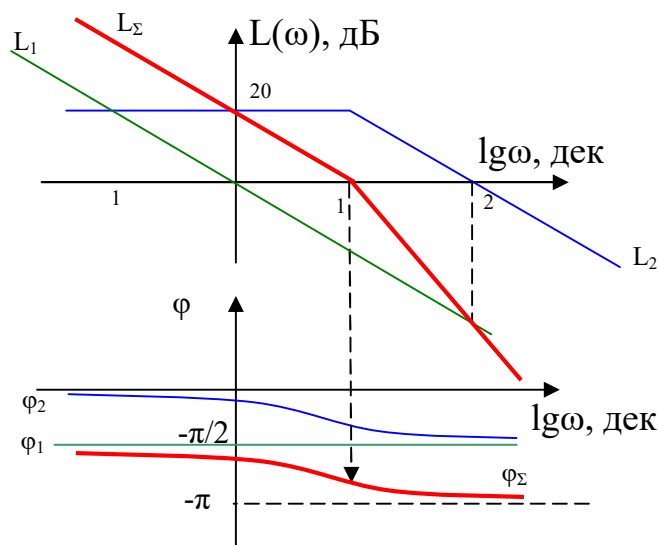
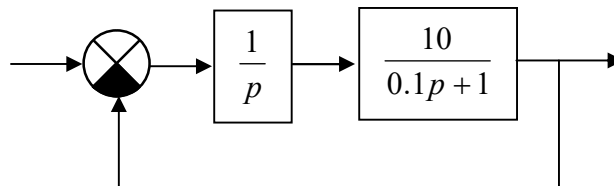
При $L(\omega) = 0$ (розглядаємо відносно L_2):

$\varphi(\omega) > -\pi$ – система стійка – $\varphi_1(\omega)$.

$\varphi(\omega) = -\pi$ – система на межі стійкості – $\varphi_2(\omega)$.

$\varphi(\omega) < -\pi$ – система хитлива – $\varphi_3(\omega)$.

Приклад: дослідити стійкість замкнутої АС:



Рішення:

Побудуємо ЛЧХ розімкнутої системи методом додавання частотних характеристик.

При $L=0$ $\varphi > -\pi$,
Отже: система стійка.

Завдання на самопідготовку:

1. Теорія автоматичного управління. Практикум [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / Н.І. Бурау, Д.О. Півторак; КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – С 52-54.

https://ela.kpi.ua/bitstream/123456789/42076/1/TAU_praktykum.pdf

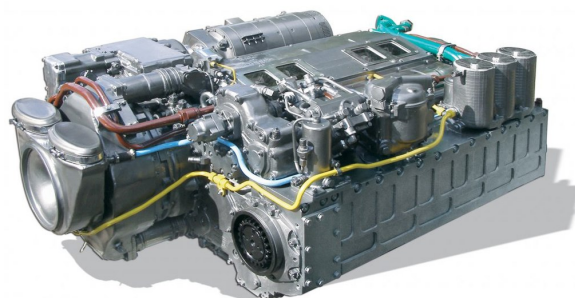
5. Висновки, урахування впливу воєнного стану.

Застосування графоаналітичного методу аналізу стійкості роботи приладів військового озброєння.

Для відбиття збройної агресії РФ, Україна застосовує броньовану техніку, до складу якої входить український основний бойовий танк Т-84 «Оплот».

Розробкою танка займалося Харківське конструкторське бюро з машинобудування імені О. О. Морозова (ХКБМ) .

Силову установку Т-84 «Оплот» є двигун 6ТД потужністю до 1200 кс – український двотактний 6-циліндровий дизельний двигун, створений у Харківському конструкторському бюро з двигунобудування (ХКБД).



Для аналізу стійкості роботи такого складного агрегату як сучасний танковий двигун, який працює в умовах постійної зміни робочих режимів з вимогами реалізації потрібної приємності, потрібно застосовувати його модель, порядок якої перевищує третій, тобто четвертий чи п'ятий. Вхідним сигналом буде подача палива в двигун, вихідний сигнал частота обертання ротору.

Постійні часу, що є коефіцієнтами рівняння динаміки двигуна будуть ураховувати інерційність процесів тепловиділення у камері згоряння двигуна, інерційність ротору, інерційність газодинамічних процесів двигуна, момент опору, сили тертя у підшипниках та ін.

Танковий двигун як об'єкт управління буде стійким, якщо відповідні постійні часу будуть позитивні, що підтверджує висновок властивостей стійкої системи, згідно графоаналітичного критерія стійкості наведеного в лекції.

Проте, при випадковому збільшенні частоти обертання ротору, момент опору компресора зростає та стає більше крутячого моменту турбіни. Виникає негативна різниця моментів, спрямована на відновлення частоти обертання. При випадковому зменшенні частоти обертання, момент опору компресора стає менше крутячого моменту турбіни. Виникає позитивна різниця моментів, спрямована на відновлення частоти обертання. Зменшення інерційності призводить до зниження рівня стійкості, що приводить до перепаду частоти обертання ротору двигуна. Тобто властивості двигуна залежать від режиму його роботи та при низьких значеннях частоти обертання ротора, двигун як об'єкт управління може стати нестійким.